

RZECZPOSPOLITA
POLSKA



Urząd Patentowy
Rzeczypospolitej Polskiej

(12) **OPIS PATENTOWY**

(19) **PL**

(11) **223698**

(13) **B1**

(21) Numer zgłoszenia: **393637**

(22) Data zgłoszenia: **13.01.2011**

(51) Int.Cl.

G01L 1/00 (2006.01)

G01L 5/00 (2006.01)

G01N 3/00 (2006.01)

(54)

Sposób wyznaczania właściwości dyssypatywnych materiałów

(43) Zgłoszenie ogłoszono:

24.10.2011 BUP 22/11

(45) O udzieleniu patentu ogłoszono:

31.10.2016 WUP 10/16

(73) Uprawniony z patentu:

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA, Wrocław, PL

(72) Twórca(y) wynalazku:

MACIEJ KULISIEWICZ, Wrocław, PL

MIROSŁAW BOCIAN, Wrocław, PL

(74) Pełnomocnik:

rzecz. pat. Regina Kozłowska

PL 223698 B1

Opis wynalazku

Przedmiotem wynalazku jest sposób wyznaczania właściwości dyssypatywnych materiałów, który umożliwia określenie właściwości mechanicznych materiałów odnośnie ich zachowań dyssypatywnych, zwłaszcza w analizie procesów przebijania materiałów pod uderzeniami z prędkościami balistycznymi, to jest we wszystkich tych przypadkach, gdy prędkości deformacji ulegają szybkim zmianom od wartości bardzo dużych do wartości nawet zerowych. Sposób może być również stosowany dla deformacji dowolnego typu np.: ściskanie, rozciąganie, zginanie, skręcanie, ścinanie, przebijanie, gdy podczas tych deformacji prędkości ulegają istotnym zmianom. W zakresie procesów przebijania znane są różne urządzenia do badania właściwości mechanicznych materiałów.

Dla przykładu z polskiego opisu zgłoszenia patentowego nr 371449 znany jest sposób i urządzenie do przeprowadzania prób udarowych materiałów konstrukcyjnych. Sposób charakteryzuje się tym, że przestrzennie ukształtowaną próbkę umieszcza się swobodnie na podstawie, po czym próbkę uderza się równocześnie z dwóch przeciwnych stron pierwszym wahadłowym bijakiem i sprzężonym z nim przeciwnie drugim wahadłowym bijakiem za pośrednictwem tłoczników o ukształtowanych powierzchniach czołowych.

Sposób oceny udarnośći materiału metalicznego znany jest także z polskiego opisu patentowego nr 184737, który polega na tym, że z każdej partii materiału, przeznaczonej do odbioru technicznego, wykonuje się, drogą obróbki mechanicznej, próbki do badania wytrzymałości według kształtu i wymiarów znormalizowanych próbek wytrzymałości na rozciąganie. Próbkę poddaje się statycznemu rozciąganiu z określoną prędkością aż do rozerwania, a następnie dokonuje się pomiaru wydłużenia i przewężenia, po czym wyznacza się wartość wydłużenia lokalnego w miejscu przewężenia na granicy wytrzymałości, a następnie z nomogramu o współrzędnych, wyznacza się udarność.

Natomiast sam sposób pomiaru współczynników sprężystości w wybranych obszarach materiału znany jest z opisu patentowego nr 190920, w którym mierzy się ugięcie elementu konstrukcyjnego oraz zmiany jego wymiarów liniowych spowodowane siłą poprzeczną. Ugięcie badanego elementu mierzy się dla różnych wartości poprzecznej siły obciążającej w jednym określonym miejscu jej przyłożenia i dla każdej wartości ugięcia wyznacza się ze znanych zależności rozkład odkształcenia względnego w przekroju poprzecznym badanego elementu w funkcji odległości od osi obojętnej, wzdłuż długości badanego elementu, a następnie w oparciu o wyznaczony rozkład oblicza się energię odkształcenia sprężystego w warstwach o stałej odległości od osi obojętnej, korzystając ze wzorów: $L_1 = A_i D_i$ i $D_i = P_i (h_i^3 - h_{i-1}^3) C_i$, w których A_i jest składową wektora A współczynnika sprężystości podłużnej warstwy o numerze „i”, C_i jest współczynnikiem zależnym od wymiarów i sztywności badanego elementu, P_i jest siłą skupioną a h_i jest odległością warstwy od osi obojętnej, natomiast D_i jest współczynnikiem dla warstwy o numerze „i”, zależy od siły i wymiarów elementu i jest wyznaczany z układu równań $DA = K$ oraz $K_j = P_j f_j c$, gdzie D jest macierzą współczynników D_i , K jest wektorem odkształceń sprężystości badanego elementu składowych K_j a c jest stałą zależną od modelu obciążenia, po czym oblicza się wektor współczynników sprężystości A kolejnych warstw badanego elementu.

Znane ze stosowania sposoby wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów w zakresie relacji odkształcenie-naprężenie odbywają się na ogół w statycznych lub quasi-statycznych, warunkach obciążania próbek, natomiast w stosowanych próbach udarowych wyznaczana jest jedynie całkowita praca, bądź wartość wytrzymałości udarowej materiału. W warunkach obciążeń statycznych, określa się na ogół jedynie współczynniki sprężystości, na przykład moduł Younga, który to parametr jest fundamentalną stałą materiałową przyjmowaną i badaną powszechnie zarówno w próbach rozciągania jak i ściskania, zginania itp. Jednakże przenoszenie tych wyników do analizy na przykład procesów deformacji materiałów w próbach przebijania z prędkościami balistycznymi, nie zdaje egzaminu albowiem przy dużych prędkościach deformacji relacje określające związki konstytutywne materiałów ulegają istotnym zmianom. Wynika to z tego, że udział sił dyssypatywnych wzrasta istotnie przy dużych prędkościach deformacji i tylko w takich warunkach siły te stają się identyfikowalne, a problem pomiaru tych sił rozwiązuje sposób według wynalazku.

Sposób wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów dla dużych wartości prędkości deformacji, znany jest z polskiego zgłoszenia patentowego nr 383077. Polega on na tym, że obok oddziaływań czysto sprężystych wyznacza się także dwa parametry opisujące dyssypację energii oraz dodatkowo stałą materiałową, nazwaną modulem mieszanym. W tym celu w bloku wejściowym ustala się wartości deformacji, stały przyrost deformacji oraz stałe wartości prędkości deformacji w postaci dwu jednokolumnowych macierzy, po czym w bloku określania wartości prędkości wybiera się wartości prędkości, dla których w bloku pomiaru zależności obciążenia od deformacji mierzy się zależność

obciążenia od deformacji dla określonej wartości prędkości. Następnie, po kilkakrotnym zastosowaniu analizy regresyjnej, wyznacza się moduł sprężystości statycznej, moduł mieszany, moduł tarcia wiskotycznego, moduł tarcia suchego i moduł sprężystości dynamicznej.

Inny sposób wyznaczania właściwości dyssypatywno-sprężystych materiałów dla dużych wartości prędkości deformacji, znany jest również z polskiego zgłoszenia patentowego nr 385483. Polega on na tym, że w bloku wejściowym ustala się wartości deformacji, stały przyrost deformacji oraz stałe wartości prędkości deformacji w postaci dwu jednokolumnowych macierzy, po czym w bloku pomiaru obciążenia w warunkach statycznych wybiera się minimalną prędkość statyczną około 100 krotnie mniejszą od wartości prędkości. Dla minimalnej prędkości statycznej, wyznacza się zależność obciążenia od deformacji, po aproksymacji której wyznacza się funkcję sprężystości statycznej. Następnie po przeprowadzeniu analizy iteracyjnej wyznacza się stałą, która jest ilorazem modułu tarcia wiskotycznego i modułu sprężystości dynamicznej i określa funkcję dyssypacji. Na podstawie wyznaczonej funkcji dyssypacji, metodami iteracyjnymi wyznacza się wartości modułów tarcia suchego i wiskotycznego, a na podstawie wartości modułu tarcia wiskotycznego, wylicza się wartość modułu sprężystości dynamicznej.

Wspólną cechą ostatnich obydwu zgłoszeń patentowych jest konieczność utrzymywania stałych prędkości deformacji podczas przeprowadzania prób wytrzymałościowych, co w przypadku ich dużych wartości jest technicznie dość trudne do spełnienia.

Pozostałe dotychczas stosowane sposoby badania właściwości mechanicznych materiałów odbywają się na ogół w statycznych lub quasi-statycznych, warunkach obciążania próbek. W takich warunkach jest możliwe określenie jedynie oddziaływań sprężystych opisywanymi poprzez moduły sprężystości, albowiem siły związane z dyssypacją energii są znikomo małe. Zwykle stosowane próby wytrzymałościowe materiałów, np. czyste rozciąganie, odbywają się przy niskich prędkościach ze względów technicznych związanych z ograniczonymi możliwościami maszyn wytrzymałościowych.

Istota sposobu, w którym wyznacza się właściwości dyssypatywne materiału w postaci współczynnika lepkości η i charakterystyki dyssypatywnej $k(\dot{\epsilon})$ według wynalazku, polega na tym, że badaną próbkę materiału w postaci pręta jednostronnie utwierdza się w uchwycie, zaś do jej wolnego końca przytwierdza się obciążnik, którego masa jest, co najmniej 10 razy większa od masy pręta, po czym poprzez obciążenie impulsowe obciążnika siłą skierowaną wzdłuż pręta wywołuje się swobodne drgania wzdłużne pręta oraz mierzy się i rejestruje w czasie zmianę długości pręta x , prędkość v i przyspieszenie a swobodnego końca pręta. Swobodne drgania wzdłużne pręta, zmianę długości pręta, prędkości i przyspieszenie swobodnego końca pręta mierzy się i rejestruje wielokrotnie. Wartości zmiany długości pręta x_i i prędkości v_i , zmierzonych w chwili, gdy przyspieszenie a , przyjmuje wartości zerowe, zapisuje się w formie dwu macierzy jednokolumnowych postaci:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix},$$

a następnie dla drgań obciążnika o masie skupionej m zawieszony na pręcie, opisanych równaniem różniczkowym $m\ddot{x} + k\dot{x} + cx + g(v)x = p(t)$ oraz na podstawie zmierzonej sztywności wzdłużnej c pręta, zmian długości pręta x_i i prędkości $(v)_i$, swobodnego końca pręta wyznacza się funkcję dyssypacji materiału $g(v)$ w postaci $g(v)=k \cdot b(v)$, gdzie współczynnik tłumienia wiskotycznego k oblicza się następująco: w pierwszej kolejności dla wszystkich pomiarów $i=1,2,\dots,n$, wyznacza się wartości $y_i = -v_i/x_i$, będące ilorazem prędkości do przemieszczenia kolejno dla wszystkich wartości zmierzonych, następnie tak uzyskaną zależność $y_i(v_i)$ aproksymuje się funkcją postaci $y(v)=B+b(v)$, gdzie B jest dowolną stałą dodatnią, zaś $b(v)$ jest dowolną funkcją prędkości spełniającą warunek $b(v=0)=0$, a na jej podstawie wyznacza się współczynnik tłumienia wiskotycznego $k=c/B$.

Sposób według wynalazku, pozwala na przeprowadzanie pomiarów bez konieczności utrzymywania stałej prędkości odkształceń, co jest stosowane w typowych próbach wytrzymałościowych. Ponadto podczas przeprowadzania pomiarów mogą występować dowolnie duże prędkości, co nie jest możliwe w warunkach stałych wartości prędkości. Sposób może być stosowany w dowolnych warunkach dynamicznych, w których prędkości deformacji mogą się zmieniać płynnie. Opiera się on na

odpowiedniej analizie wyznaczanych eksperymentalnie przebiegów drgań swobodnych masy skupionej przymocowanej do pręta wykonanego z badanego materiału.

Przedmiot wynalazku objaśniony jest w przykładzie realizacji i uwidoczniony na rysunku, na którym fig. 1 przedstawia schemat przedstawionego do badań układu oraz model reologiczny materiału poddanego deformacji i schemat modelu dynamicznego (b) opisującego drgania obciążnika w układzie (a), fig. 2 – sposób wyznaczania właściwości dyssypatywnych materiałów w ujęciu schematycznym, fig. 3a – przebieg przemieszczenia x w czasie, fig. 3b – przebieg prędkości v w czasie, fig. 3c – przebieg przyspieszenia α w czasie, a fig. 4 – zależność $y_i(v_i)$ będącą ilorazem prędkości do przemieszczenia kolejno dla wszystkich ekstremalnych wartości zmierzonych prędkości.

Sposób wyznaczania właściwości dyssypatywnych materiału, polega na tym, że badaną próbkę wykonaną w postaci pręta P o długości l_0 jednostronnie utwierdza się w uchwycie U, zaś do jej wolnego końca przytwierdza się obciążnik O o masie m co najmniej 10 razy większej od masy pręta P. Poprzez obciążenie impulsowe zadane na obciążnik O siłą skierowaną wzdłuż pręta P, wywołuje się swobodne drgania wzdłużne pręta P oraz mierzy się i rejestruje w czasie zmianę długości pręta x , prędkość v i przyspieszenie α swobodnego końca pręta P, czyli obciążnika O. Swobodne drgania wzdłużne pręta P opisane zmianami długości pręta x , prędkości v i przyspieszenia α swobodnego końca pręta P, mierzy się i rejestruje wielokrotnie. Wartości zmian długości pręta x_i i prędkości v_i zmierzonych w chwili, gdy przyspieszenie α_i , przyjmuje wartości zerowe, zapisuje się w formie dwu macierzy jednokolumnowych postaci:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix},$$

a następnie dla drgań obciążnika O o masie m zawieszony na pręcie P, opisanych równaniem różniczkowym $m\ddot{x} + k\dot{x} + cx + g(v)x = p(t)$ oraz na podstawie zmierzonej i wyznaczonej sztywności wzdłużnej c pręta P, zmian długości x i prędkości v swobodnego końca pręta P, wyznacza się funkcję dyssypacji materiału $g(v)$ w postaci $g(v) = h \cdot b(v)$, gdzie współczynnik tłumienia wiskotycznego k oblicza się następująco: w pierwszej kolejności dla wszystkich pomiarów $i=1,2,\dots,n$, wyznacza się wartości $y_i = -v_i/x_i$ będące ilorazem prędkości do przemieszczenia kolejno dla wszystkich wartości zmierzonych, następnie tak uzyskaną zależność $y_i(v_i)$ aproksymuje się funkcją postaci $y(v) = B + b(v)$, gdzie B jest dowolną stałą dodatnią, zaś $b(v)$ jest dowolną funkcją prędkości spełniającą warunek $b(v=0) = 0$. Na tej podstawie wyznacza się współczynnik tłumienia wiskotycznego $k = c/B$.

Według wynalazku przyjmuje się, że związki konstytutywne materiału w zakresie deformacji odwracalnych, nieniszczących materiał, opisuje model reologiczny materiału poddanego deformacji w postaci przedstawionej na fig. 1a. W przypadku masy skupionej m w postaci obciążnika O zawieszony na pręcie P wykonanym z badanego materiału, ruch tej masy opisuje równanie różniczkowe postaci:

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx + g(v)x = p(t)$$

przy czym związki między stałymi modelu reologicznego a parametrami równania są następujące:

$$k = \frac{A}{l_0} \eta; c = \frac{A}{l_0} E; g(v) = \frac{A}{l_0} \kappa(\dot{\epsilon}) = \frac{A}{l_0} \kappa\left(\frac{v}{l_0}\right)$$

co wynika z definicji naprężenia ($\sigma = \frac{P}{A}$) i odkształcenia ($\dot{\epsilon} = \frac{\dot{x}}{l_0}$), gdzie A – pole przekroju pręta P, l_0 – długość pręta w warunkach równowagi statycznej. W warunkach drgań swobodnych $p(t) = 0$ oraz niezerowych warunkach początkowych można wybrać chwile czasu t_i , dla których przyspieszenie $\alpha(t)$ jest równe zero, to jest:

$$\alpha(t_i) = \ddot{x}(t_i) = 0$$

dla tych chwil obserwuje się ekstremalne wartości prędkości

$$v(t_i) = v_{\text{extri}} = v_i$$

oraz wartości przemieszczeń

$$x(t_i) = x_i,$$

które dla $k > 0$ są różne od zera. Dla chwil t_i uzyskuje się, na podstawie równania różniczkowego, ciąg równań algebraicznych postaci:

$$k v_i + c x_i + g(v_i) x_i = 0$$

gdzie $i = 1, 2, \dots, n$, a n jest liczbą wykonanych pomiarów. Równanie to można zapisać w postaci:

$$-\frac{v_i}{x_i} = B + \frac{g(v_i)}{k} = \gamma(v_i)$$

gdzie stała $B = c/k$ zaś $\gamma(v)$ przedstawia pewną funkcję prędkości, której wartości y_i można wyliczyć ze stosunku $y_i = -v_i/x_i$.

Powyższe wzory i założenia teoretyczne uzasadniają sposób wyznaczania własności dyssypatywnych materiałów w kolejności przedstawionej na fig. 2.

W bloku 1 dokonuje się wielokrotnej rejestracji drgań swobodnych obciążnika O, tj. rejestracji jego przemieszczeń $x(t)$, prędkości $v(t)$, przyspieszeń $a(t)$, uzyskiwanych dla wielokrotnie zadawanych różnych warunków początkowych w interesującym zakresie zmian przemieszczeń $x(t)$, i prędkości $v(t)$, materiału.

W bloku 2, odszukuje się wartości $x(t_i)$, $v(t_i)$ dla takich chwil czasowych, w których przyspieszenie $a(t_i) = 0$, a odszukane wartości zapisuje się w formie dwu macierzy jednokolumnowych postaci:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix},$$

gdzie n oznacza liczbę wszystkich wykonanych pomiarów.

W bloku 3 oblicza się wartości y_i kolejno dla wszystkich i następująco:

$$y_i = -v_i/x_i$$

Po czym w bloku 4 zestawia się wartości y_i i v_i w postaci

$$[y_i], [v_i]$$

oraz w bloku 5 aproksymuje zależność $y_i(v_i)$ funkcją w postaci

$$y(v) = B + b(v)$$

gdzie $b(v)$ jest dowolnie wybraną funkcją spełniającą zależność

$$b(v = 0) = 0.$$

Następnie w bloku 6 wyznacza się stałą sprężystości c materiału uzyskaną w wyniku pomiaru obciążeń statycznych znanymi metodami prób wytrzymałościowych. Kolejno w bloku 7 oblicza się stałą k ze wzoru:

$$k = c/B,$$

której wartość pozwala na wyznaczenie w bloku 8, charakterystyki dyssypacyjnej $g(v)$ ze wzoru:

$$g(v) = k \cdot b(v).$$

Uzyskane wyniki w postaci parametru k i funkcji $g(v)$ umożliwiają określenie właściwości dyssypatywnych η , κ materiału pręta P na podstawie wzorów:

$$k = \frac{A}{l_0} \eta; g(v) = \frac{A}{l_0} \kappa(\dot{\epsilon}) = \frac{A}{l_0} \kappa\left(\frac{v}{l_0}\right).$$

Przykładowo dla $n = 58$ wykonuje się pomiary i odczytuje wartości przemieszczeń x_i i prędkości v_i , które przedstawia

T a b e l a 1.

i	x_i	v_i
1	1,39E-2	-10,44
2	-8,65E-3	11,41
3	1,27E-2	-9,93
4	-8,48E-3	10,67
5	1,16E-2	-9,44
6	-8,20E-3	10,00
7	1,07E-2	-8,97
8	-7,96E-3	9,38
9	9,86E-3	-8,51
10	-7,60E-3	8,81
11	9,17E-3	-8,07
...	...	...
58	-2,14E-3	2,16

Następnie, dla każdego numeru „i” oblicza się wartości y_i , które wraz z odpowiadającymi im wartościami prędkości v_i , przedstawia

T a b e l a 2.

i	y_i	v_i
1	750,25	-10,44
2	1319,48	11,41
3	783,51	-9,93
4	1258,73	10,67
5	810,65	-9,44
6	1218,98	10,00
7	838,86	-8,97
8	1178,65	9,38
9	862,67	-8,51
10	1159,35	8,81
11	880,14	-8,07
...	...	...
58	1007,50	2,16

Dla wszystkich wartości y_i i v_i z Tabeli 2, wyznacza się zależność $y_i(v_i)$, przedstawioną na wykresie fig. 4, po czym zależność $y_i(v_i)$, aproksymuje się funkcją $y(v)=B+b(v)$, gdzie B stała zaś $b(v)$ funkcja spełniająca warunek $b(v=0)=0$. Przykładowo dla danych z tabeli 2 przyjęto wielomian nieparzysty w postaci:

$$b(v) = b_1 v + b_3 v^3$$

W wyniku aproksymacji uzyskuje się wartości:

$$B = 999,58[s^{-1}]$$

$$b_1 = 2,002[cm^{-1}]$$

$$b_3 = 0199[s^2/cm^3]$$

Następnie, wyznacza się stałą c znanym sposobem pomiarów statycznych

$$c = \frac{\text{obciążenie statyczne}}{\text{przemieszczenie}} = 10,0 [N/cm] = 1000,10,0 [kg/s^2],$$

a na podstawie znajomości stałej c i stałej B oblicza się stałą tłumienia k ze wzoru:

$$k = \frac{c}{B} = \frac{100}{999,58} = 1,00 [kg/s]$$

zaś funkcję $g(v)$ uzyskuje się poprzez mnożenie funkcji $b(v)$ przez stałą k :

$$g(v) = k b(v) = 2,002v + 0.199v^3 [kg/s^2]$$

Powyższe wyniki dla długości pręta $l_0 = 1m$ oraz jego średnicy $0,6 cm$ dają pole przekroju $A = \pi(0,3 cm)^2 = 0,28 cm^2$, współczynnik lepkości

$$\eta = \frac{k l_0}{A} = \frac{1,00 [kg/s]}{0,28 [cm^2]} \cdot 100 [cm] = 357,1 \left[\frac{kg}{s \cdot cm} \right],$$

oraz charakterystykę dyssypatywną

$$\kappa(\varepsilon) = \frac{g(l_0 \varepsilon)}{A} \cdot l_0 = 7,15 \cdot 10^4 \varepsilon + 0,7107 \cdot 10^8 \varepsilon^3.$$

Zastrzeżenie patentowe

Sposób wyznaczania właściwości dyssypatywnych materiału polegający na tym, że wyznacza się sztywność wzdłużną pręta, **znamienny tym**, że badaną próbkę w postaci pręta (P) jednostronnie utwierdza się w uchwycie (U), zaś do jej wolnego końca przytwierdza się obciążnik (O), którego masa (m) jest, co najmniej kilkakrotnie większa od masy pręta (P), po czym poprzez obciążenie impulsowe obciążnika (O) siłą skierowaną wzdłuż pręta (P) wywołuje się swobodne drgania wzdłużne pręta (P) oraz mierzy się i rejestruje w czasie zmianę długości pręta (x), prędkość (v) i przyspieszenie (α) swobodnego końca pręta (P), przy czym swobodne drgania wzdłużne pręta (P), zmianę długości pręta (x), prędkości (v) i przyspieszenie (α_i) swobodnego końca pręta (P) mierzy się i rejestruje wielokrotnie, po czym wartości zmiany długości pręta (x_i) i prędkości (v_i) zmierzonych w chwili, gdy przyspieszenie (α_i) przyjmuje wartości zerowe, zapisuje się w formie dwu macierzy jednokolumnowych postaci:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix},$$

a następnie dla drgań obciążnika (O) o masie (m) zawieszanej na pręcie (P), opisanych równaniem różniczkowym $m\ddot{x} + k\dot{x} + cx + g(v)x = p(t)$ oraz na podstawie zmierzonej i wyznaczonej sztywności wzdłużnej (c) pręta (P), zmian długości pręta (x_i) i prędkości (v_i) swobodnego końca pręta (P) wyznacza się funkcję dyssypacji materiału $g(v)$ w postaci $g(v) = k \cdot b(v)$, gdzie współczynnik tłumienia wiskotycznego (k) oblicza się następująco: w pierwszej kolejności dla wszystkich pomiarów $i=1,2,\dots,n$, wyznacza się wartości $y_i = -v_i/x_i$, będące ilorazem prędkości do przemieszczenia kolejno dla wszystkich wartości zmierzonych, następnie tak uzyskaną zależność $y_i(v_i)$ aproksymuje się funkcją postaci $y(v) = B + b(v)$, gdzie B jest dowolną stałą dodatnią, zaś $b(v)$ jest dowolną funkcją prędkości spełniającą, warunek $b(v=0)=0$, a na jej podstawie wyznacza się współczynnik tłumienia wiskotycznego $k=c/B$.

Rysunki

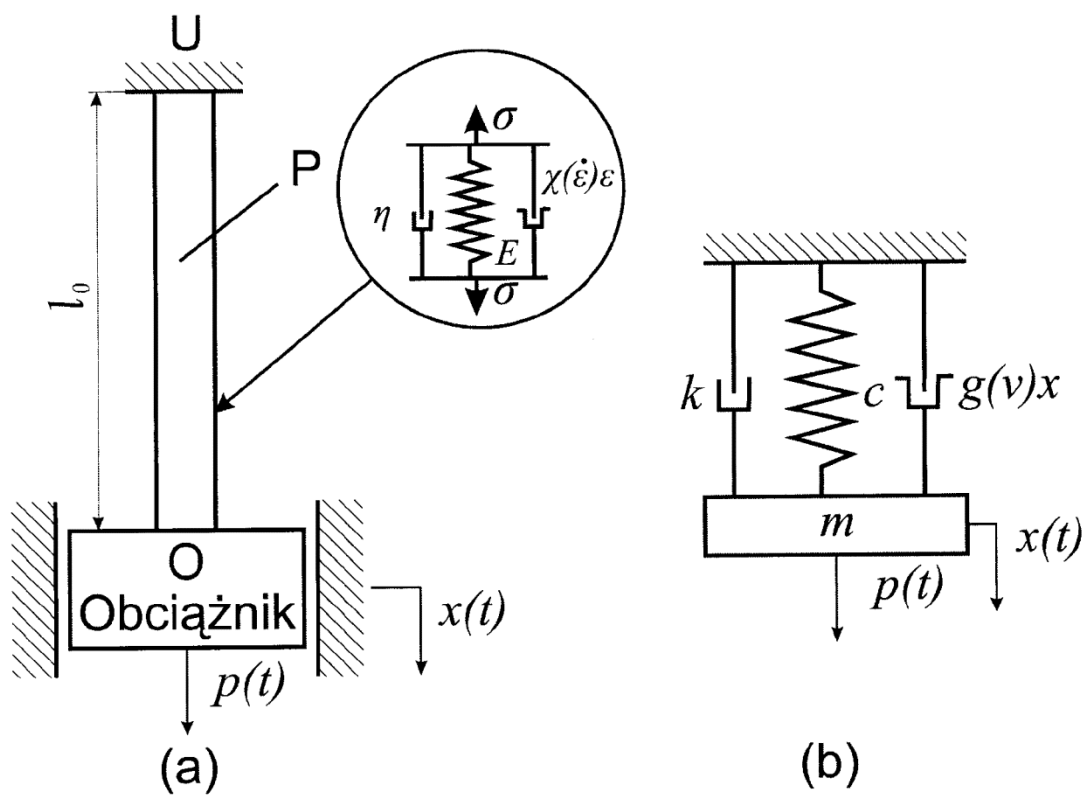


Fig. 1

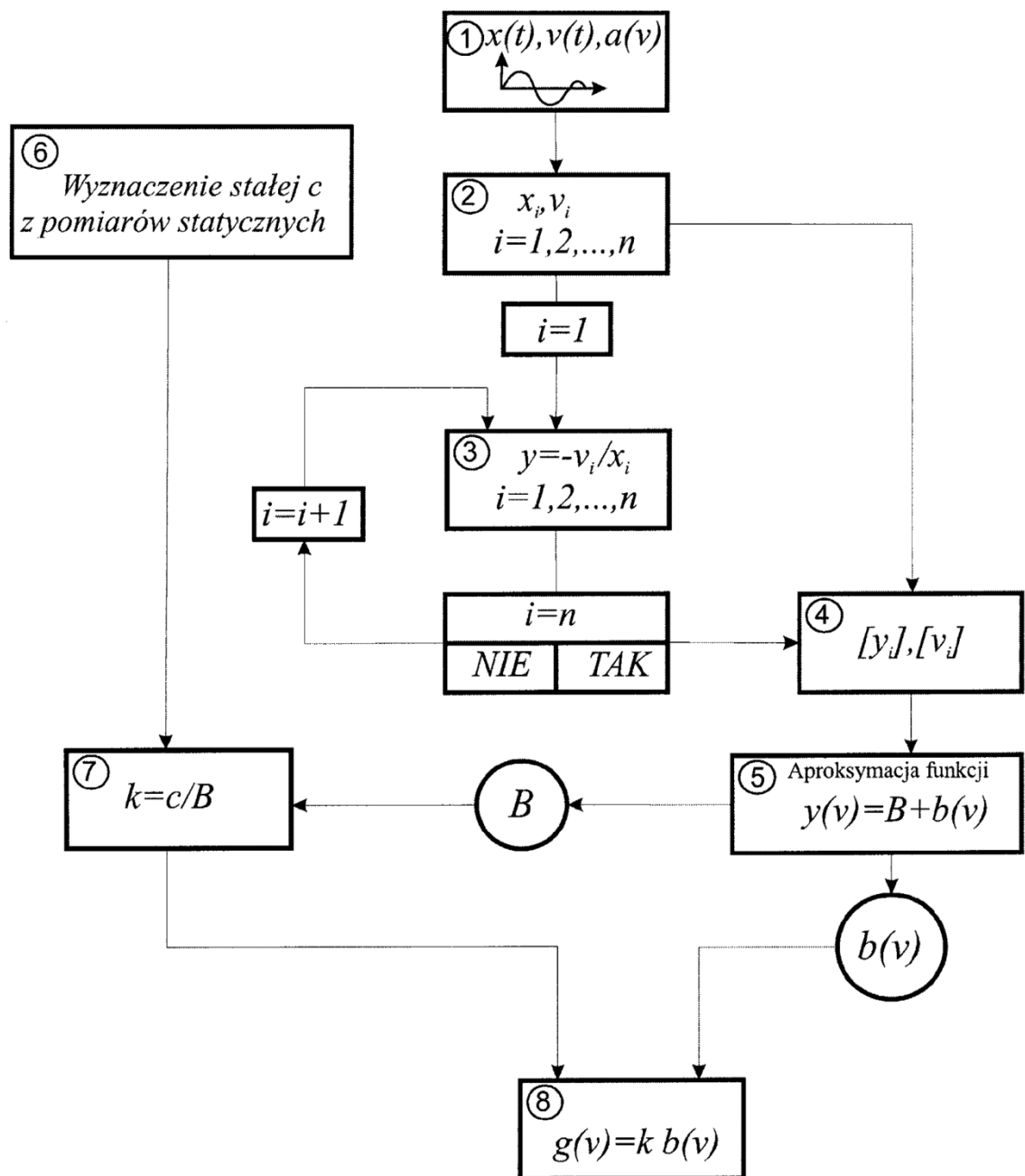


Fig. 2

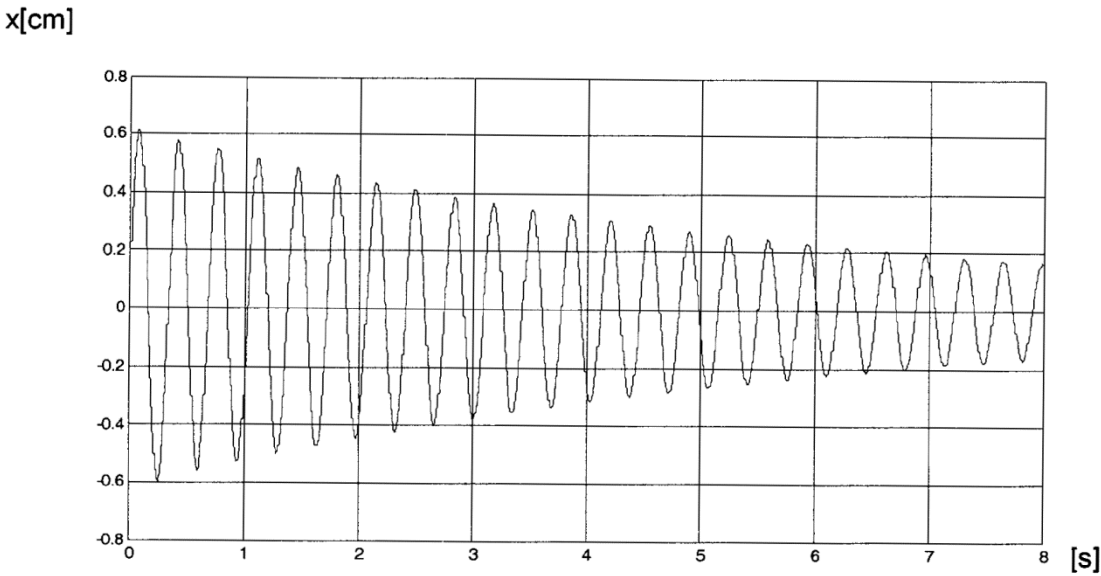


Fig. 3a

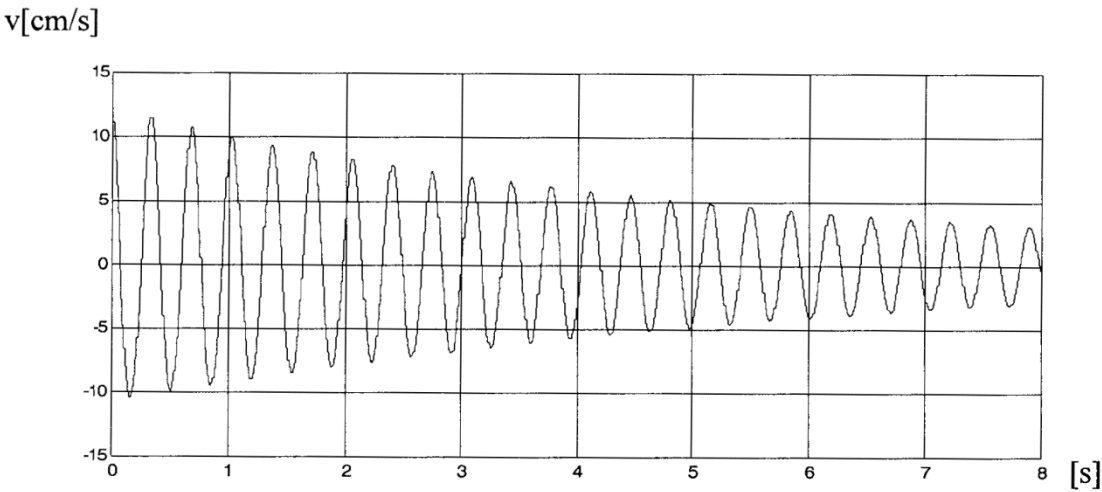


Fig. 3b

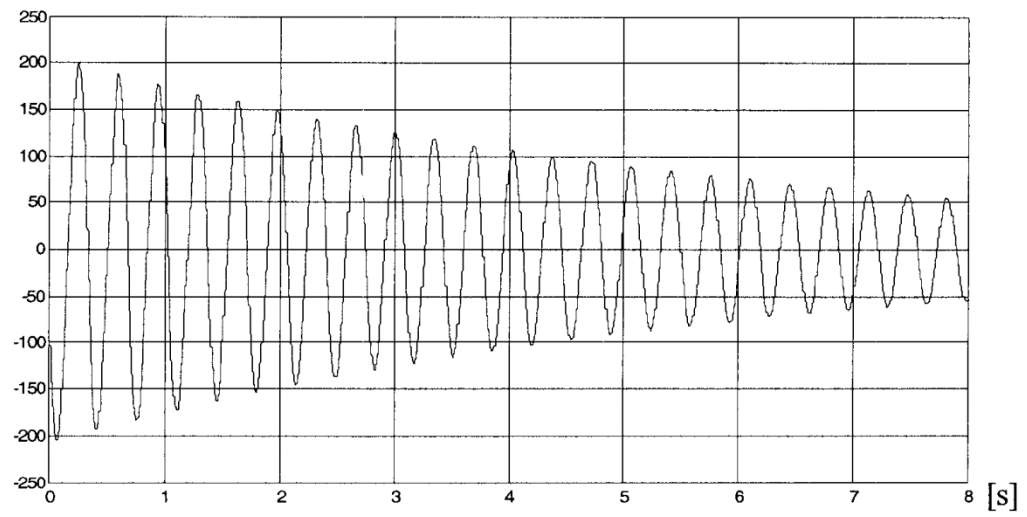
$a[\text{cm/s}^2]$ 

Fig. 3c

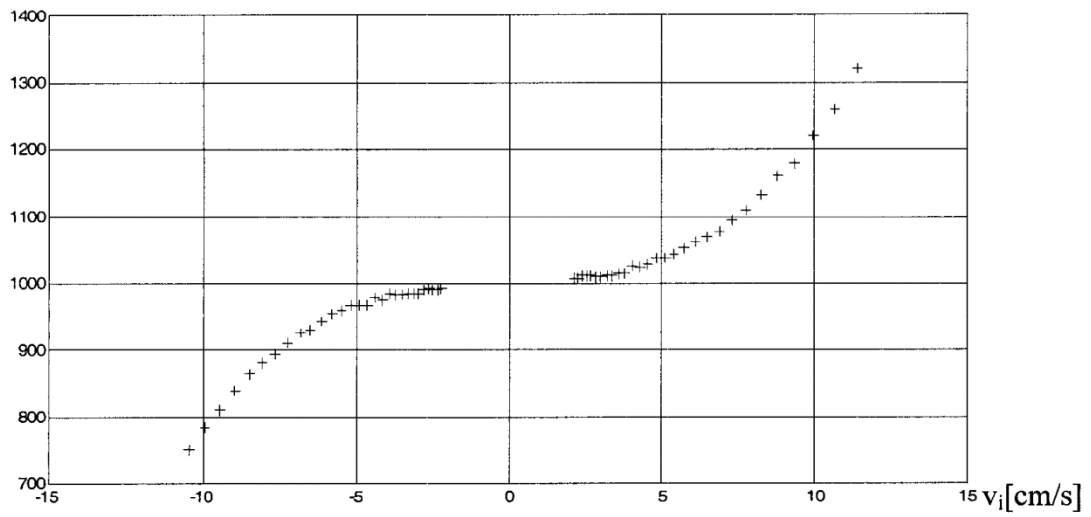
 $y_i[\text{kg/s}^2]$ 

Fig. 4

